

DPG-Jahrestagung in Berlin

4.–9. März 2005

Elektroschwache Zweischleifen-Korrekturen bei hohen Energien

Der massive $SU(2)$ -Formfaktor und
ein $SU(2) \times U(1)$ -Modell mit Massenlücke

Bernd Feucht

Institut für Theoretische Teilchenphysik, Universität Karlsruhe

In Zusammenarbeit mit Johann H. Kühn, Alexander A. Penin und Vladimir A. Smirnov

- I Wofür logarithmische Zweischleifen-Rechnungen in elektroschwacher Physik?
- II Massiver $SU(2)$ -Formfaktor: Evolutionsgleichung & Zweischleifen-Ergebnisse
- III $SU(2) \times U(1)$ -Modell mit Massenlücke: Faktorisierung der IR-Singularitäten
- IV Zusammenfassung & Ausblick

I Wofür logarithmische Zweischleifen-Rechnungen?

Elektroschwache Präzisionsphysik

- experimentell bisher bei Energieskalen bis $\sim M_{W,Z}$ untersucht
- kommende Beschleunigergeneration (LHC, ILC) \rightarrow TeV-Energiebereich

Elektroschwache Strahlungskorrekturen

bei hohen Energien $\sqrt{s} \sim \text{TeV} \gg M_{W,Z}$

Fadin et al. '00; Kühn et al. '00, '01;
Denner et al. '01, '03, '04; Pozzorini '04;
B.F. et al. '03, '04; ...

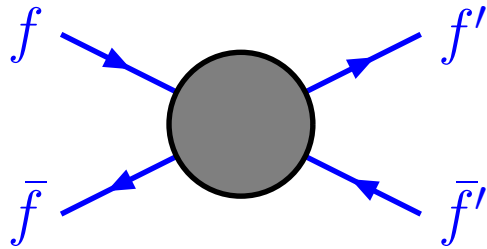
große negative Korrekturen in *exklusiven* Wirkungsquerschnitten

Elektroschwache Korrekturen dominiert durch **Sudakov-Logarithmen** $\alpha^n \ln^{2n}(s/M_W^2)$

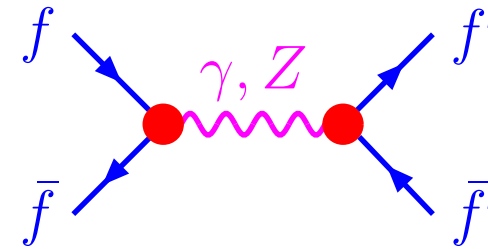
- Einschleifen-Korrekturen $\gtrsim 10\%$
- Zweischleifen-Korrekturen $\sim 1\%$ \rightarrow müssen unter Kontrolle sein

Problem: Schleifenrechnungen mit **massiven Teilchen** (W, Z) schwierig!

Wichtige Klasse von Prozessen: Vierfermion-Streuung



$$A = \frac{ig^2}{s} F^2 \tilde{A}$$



Formfaktor F des Vektorstroms:

$$= F \cdot \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) + \underbrace{F' \cdot \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\nu} u(p_1) q_\nu}_{\rightarrow 0, m_f \rightarrow 0}$$

Hochenergieverhalten $|s| \sim |t| \sim |u| \gg M_{W,Z}^2$

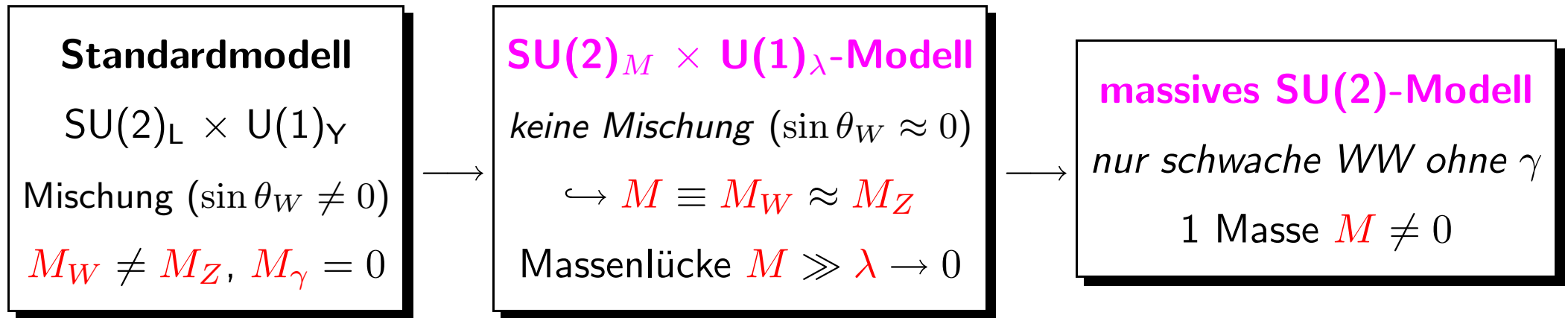
Referenzen: siehe Kühn et al. '01

- alle *kollinearen* Logarithmen der Amplitude $A \rightsquigarrow$ Formfaktoren F^2
- *reduzierte Amplitude* $\tilde{A} \rightarrow$ nur *softe* Logarithmen
- \tilde{A} erfüllt *Evolutionsgleichung* (bekannt aus masselosen QCD-Rechnungen):

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial \ln s} = \chi(\alpha(s)) \tilde{A}, \quad \chi = \text{Matrix der soften anomalen Dimensionen}$$

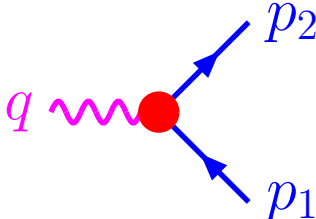
\Rightarrow Für Zweischleifen-Logarithmen in A : Formfaktor F benötigt

Vereinfachte Modelle



Hochenergieverhalten des Formfaktors

\hookrightarrow Sudakov-Limes:



$$= F(Q^2) \cdot \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)$$

- Impulsübertrag $-q^2 \equiv Q^2 \gg M^2 \equiv M_{W,Z}^2$
 - Fermionmassen vernachlässigt
 - *logarithmische Näherung*: ohne Terme $\propto M^2/Q^2$
- \hookrightarrow gute Näherung für Zweischleifen- n_f -Beiträge

II Massiver SU(2)-Formfaktor

Formfaktor in Störungstheorie: $F = 1 + \alpha F_1 + \alpha^2 F_2 + \dots$

Evolutionsgleichung in logarithmischer Näherung: Sen '81; Collins '89; Korchemsky '89; ...

$$\frac{\partial F(Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \left[\int_{M^2}^{Q^2} \frac{dx}{x} \gamma(\alpha(x)) + \zeta(\alpha(Q^2)) + \xi(\alpha(M^2)) \right] F(Q^2)$$

Lösung (schematisch):

$$F = (1 + \alpha \cdot \text{const} + \alpha^2 \cdot \text{const} + \dots) \exp\left(\alpha (\ln^2 + \ln) + \alpha^2 (\ln^3 + \ln^2 + \ln) + \dots\right)$$

$$\leftrightarrow 1 + \alpha (\ln^2 + \ln + \text{const}) + \alpha^2 (\ln^4 + \ln^3 + \ln^2 + \ln + \text{const}) + \dots$$

Kombination von Schleifenrechnungen & Evolutionsgleichung

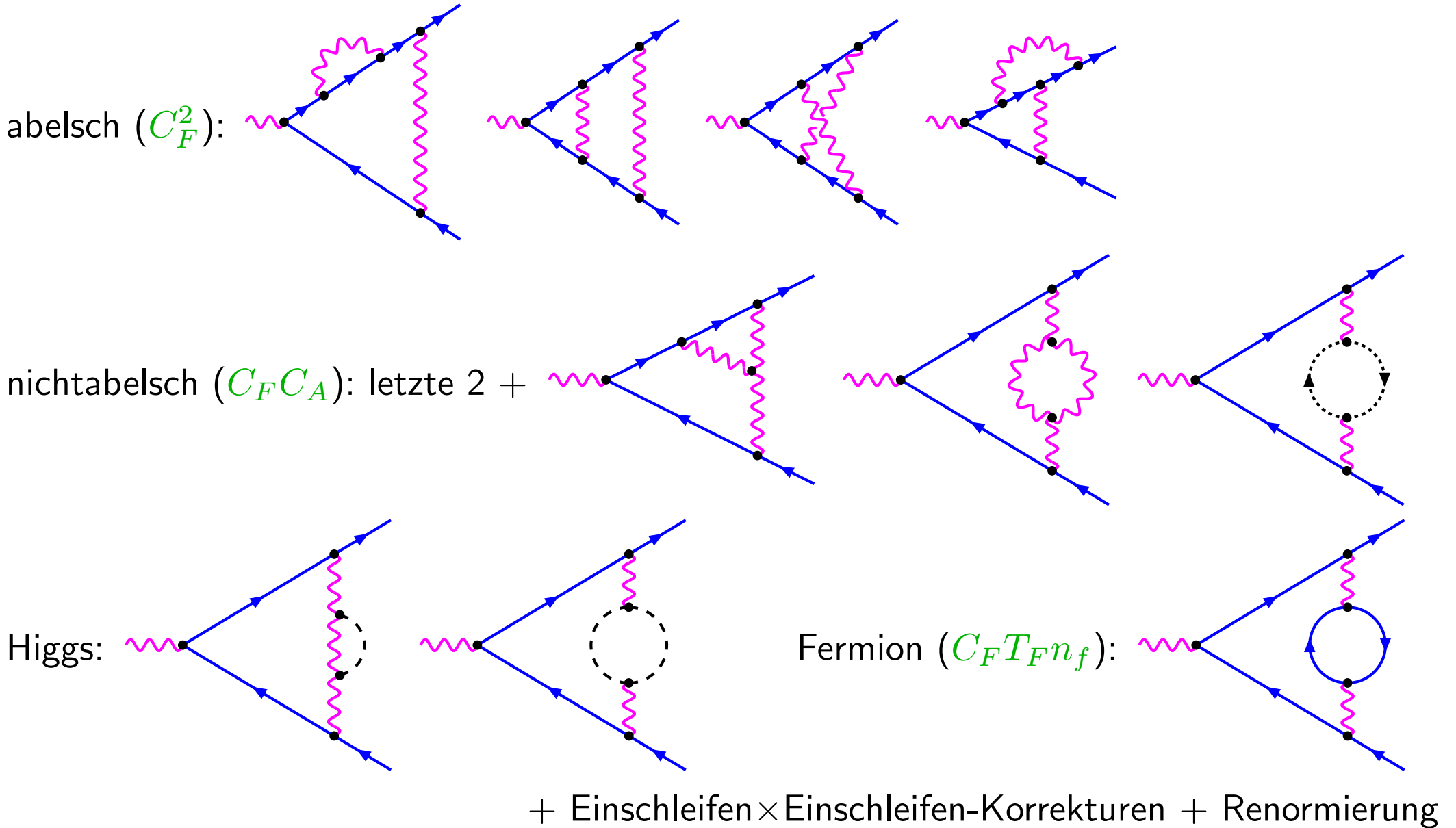
anomale Dimensionen γ , ζ , ξ aus 1-Schleifenrechnung & masselosem 2-Schleifenergebnis

\Rightarrow NNLL-Näherung von F_2 bekannt: $\alpha^2 (\ln^4 + \ln^3 + \ln^2)$

Kühn, Moch, Penin, Smirnov '01

Massiver SU(2)-Formfaktor in Zweischleifen-Näherung: Beiträge & Diagramme

Zweischleifen-Vertexdiagramme (masselose Fermionen, massive Bosonen):



Größe der logarithmischen Beiträge

Zweischleifen-Formfaktor F_2 bei $Q = 1 \text{ TeV}$ (in $1/1000$):

abelsch (C_F^2):	+	$0.3 \ln^4$	-	$1.7 \ln^3$	+	$8.2 \ln^2$	-	$11 \ln$	+	15
		$+1.6$		-2.0		$+1.9$		-0.5		$+0.1$
nichtabelsch ($C_F C_A$):	+	$1.8 \ln^3$	-	$14 \ln^2$	+	$46 \ln$	-	\dots		
		$+2.1$		-3.3		$+2.1$				
Higgs:	-	$0.04 \ln^3$	+	$0.5 \ln^2$	-	$2.3 \ln$	+	\dots		
		-0.04		$+0.1$		-0.1				
fermionisch ($C_F T_F n_f$):	-	$0.5 \ln^3$	+	$4.8 \ln^2$	-	$13 \ln$	+	21		
		-0.6		$+1.1$		-0.6		$+0.2$		

$\ln^{4,3,2}$: Kühn, Moch, Penin, Smirnov '01

$\ln^{1,0}$: B.F., Kühn, Moch '03; B.F., Kühn, Penin, Smirnov '04

→ **anwachsende Koeffizienten** mit **alternierenden Vorzeichen**

⇒ **Kompensationen** zwischen logarithmischen Termen

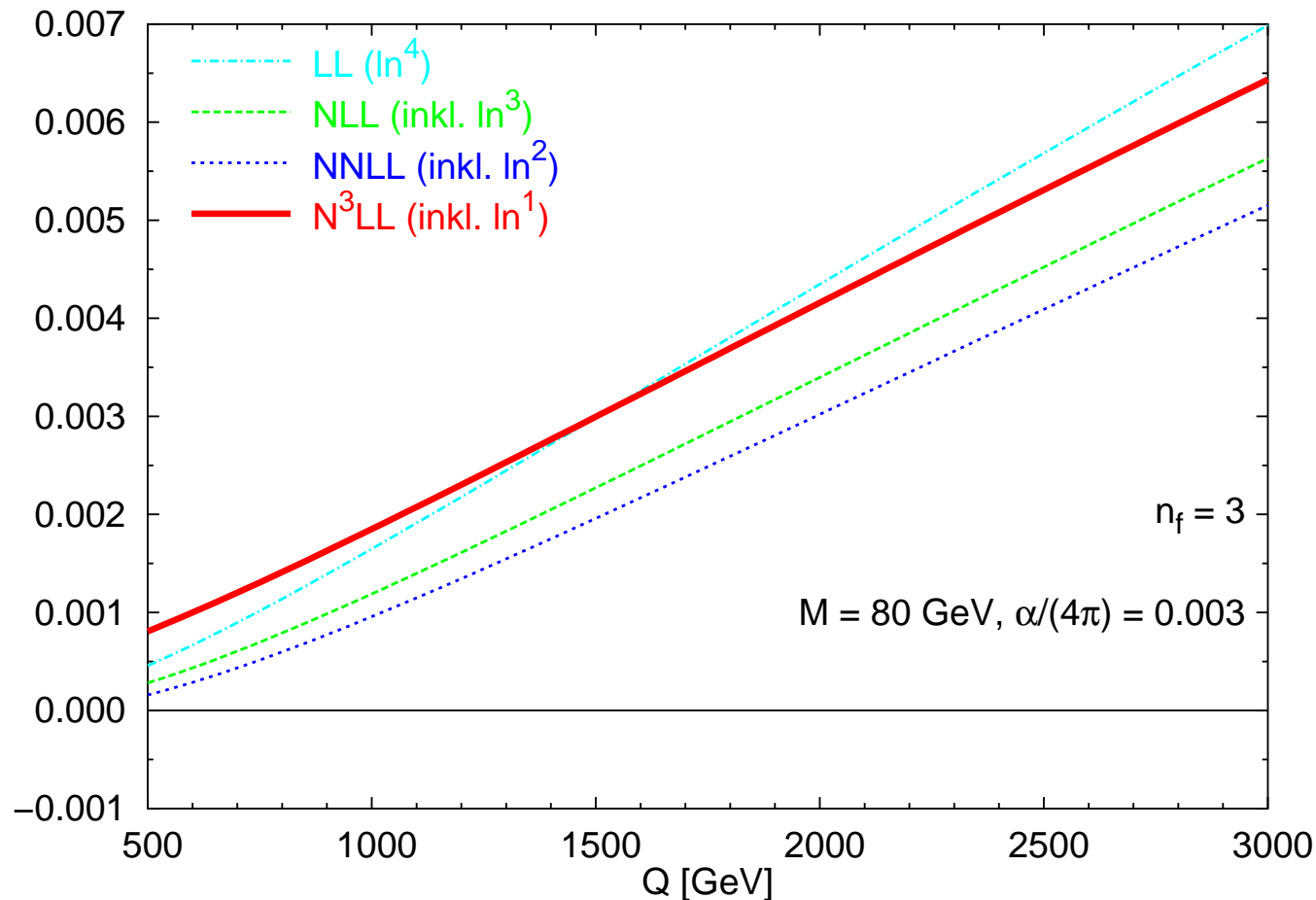
↪ **NNLL-Näherung reicht nicht aus!**

abelscher & fermionischer Beitrag: \ln^1 klein, \ln^0 vernachlässigbar

⇒ **N³LL-Näherung** inkl. \ln^1 genügt (nichtabelscher \ln^0 aufwändiger)

Massiver SU(2)-Formfaktor in Zweischleifen-Näherung: Ergebnis

$$\alpha^2 F_2 = \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^2 \left[\begin{aligned} & + \frac{9}{32} \ln^4\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) - \frac{19}{48} \ln^3\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) - \left(-\frac{7}{8}\pi^2 + \frac{463}{48}\right) \ln^2\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \\ & + \left(\frac{39}{2} \frac{\text{Cl}_2\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{3}} + \frac{45}{4} \frac{\pi}{\sqrt{3}} - \frac{61}{2} \zeta_3 - \frac{11}{24} \pi^2 + 29\right) \ln\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) \end{aligned} \right]$$



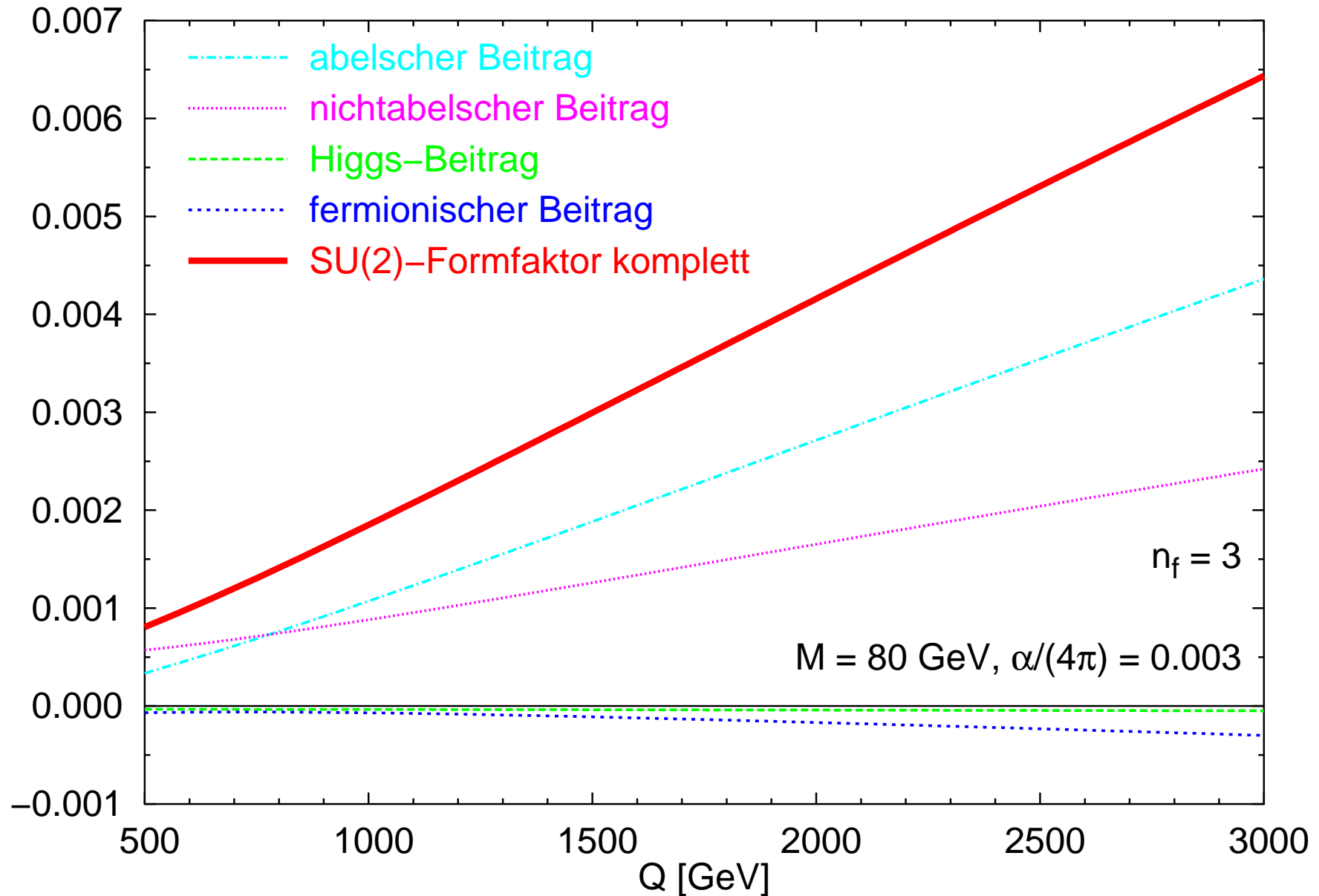
N³LL-Näherung

$$M_{\text{Higgs}} = M$$

$$n_f = 3$$

Massiver SU(2)-Formfaktor in Zweischleifen-Näherung: einzelne Beiträge

(N³LL-Näherung, $M_{\text{Higgs}} = M$, $n_f = 3$, Feynman-'t Hooft-Eichung)



III $SU(2) \times U(1)$ -Modell mit Massenlücke

Elektroschwaches Standardmodell: massive $SU(2)$ - und masselose $U(1)$ -Eichbosonen

Hier: ohne Mischung $\rightarrow M_W = M_Z$, vernachlässige $\mathcal{O}\left(\underbrace{\sin^2 \theta_W}_{\approx 0.2} \alpha^2 \ln^1\right)$

- Formfaktor $F_{SU(2)}(\alpha, Q, M) \rightarrow$ IR-endlich
- Formfaktor $F_{U(1)}(\alpha', Q, \lambda) \rightarrow$ IR-Singularitäten regularisiert durch λ oder $\varepsilon = \frac{4-d}{2}$
- $SU(2)_M \times U(1)_\lambda: \hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, \lambda)$ für $Q \gg M \gg \lambda \rightarrow 0$
 \rightarrow **Faktorisierung der IR-Singularitäten:**

$$\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, \lambda) = \underbrace{F_{U(1)}(\alpha', Q, \lambda)}_{\text{IR-singulär}} \underbrace{\tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M)}_{\text{IR-endlich}} + \mathcal{O}\left(\alpha\alpha' \frac{\lambda^2}{M^2}\right)$$

Berechnung von Zweischleifen-Diagrammen mit massiven und masselosen Eichbosonen:

$$\tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M) = F_{SU(2)}(\alpha, Q, M) \times \left\{ 1 + \frac{\alpha\alpha'}{(4\pi)^2} C_F \left[\left(48\zeta_3 - 4\pi^2 + 3 \right) \ln\left(\frac{Q^2}{M^2}\right) + \frac{7}{45}\pi^4 - 84\zeta_3 + \frac{20}{3}\pi^2 - 2 \right] \right\}$$

\Rightarrow Interferenzterme sind IR-endlich \rightsquigarrow **IR-Singularitäten faktorisieren**

Faktorisierung des $SU(2) \times U(1)$ -Formfaktors für $\lambda = M$

Setze $\lambda = M$ and parametrisiere:

$$\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, M) = F_{U(1)}(\alpha', Q, M) \tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M) C(\alpha, \alpha', Q, M)$$

$\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, M)$ aus $F_{SU(2)}(\alpha, Q, M)$ und $F_{U(1)}(\alpha', Q, M)$ bekannt

\Rightarrow berechne Anpassungsfaktor:

$$C(\alpha, \alpha', Q, M) = 1 + \frac{\alpha\alpha'}{(4\pi)^2} C_F \times \left[512 \operatorname{Li}_4\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{64}{3} \ln^4 2 - \frac{64}{3} \pi^2 \ln^2 2 - \frac{113}{15} \pi^4 + 244\zeta_3 + \frac{70}{3} \pi^2 + \frac{59}{4} \right]$$

kein Logarithmus!

\Rightarrow Anwendungen:

- $\tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M) = \frac{\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, M)}{F_{U(1)}(\alpha', Q, M)} + \mathcal{O}(\alpha\alpha' \ln^0)$
- $\hat{F}(\alpha, \alpha', Q, M, \lambda \approx M) = F_{U(1)}(\alpha', Q, \lambda \approx M) \tilde{F}(\alpha, \alpha', Q, M) + \mathcal{O}(\alpha\alpha' \ln^{0,1})$
 \hookrightarrow Entwicklung in kleiner Massendifferenz, z.B. $M_W \approx M_Z$

IV Zusammenfassung & Ausblick

Massiver SU(2)-Formfaktor

- schwache Wechselwirkung mit massiven Eichbosonen
- **Zweischleifen-Ergebnis** in N³LL-Näherung ✓

⇒ Strahlungskorrekturen präzise unter Kontrolle

SU(2) × U(1)-Modell mit Massenlücke

- massive SU(2) × masselose U(1) \rightsquigarrow elektroschwaches Standardmodell
- **Faktorisierung der IR-Singularitäten** explizit gezeigt ✓
- Entwicklung in der Massendifferenz $M_W \approx M_Z$ möglich

Ausblick

- **Vierfermion-Streuamplitude** $f\bar{f} \rightarrow f'\bar{f}'$
- elektroschwache Korrekturen zum Wirkungsquerschnitt, ...